

Hazırlık Matematik 2. Sınav Kapsamı
Aşağıdaki örnek soru kapsamında konu ve kazanımlara hedeflenebilirsiniz.

$$(3a - 2b - 6)^2 + (a + b - 7)^4 = 0$$

denklemini sağlayan a ve b sayılarının çarpımı kaçtır?

$$a=4, b=3$$

$a^2 < a$ ve $A = 2a + 3$ olduğuna göre, A'nın alabileceği tam sayı değerlerini bulalım.

{4}

$$a^3 < a < a^2 \text{ olmak üzere,}$$

$$5a + b = 7$$

eşitliğini sağlayan en küçük b doğal sayısı kaçtır?

13

$$y = x^2 + 10 \text{ ve } -5 < x < 2$$

olduğuna göre, y'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri ile en küçük tam sayı değerinin toplamı kaçtır?

44

$$x - 8 \leq 4 - 2x < x + 13$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulalım.

$(-3, 4]$

$$-4 < x < 3 \text{ ve } -5 < y < 6$$

olduğuna göre, $5x - 3y$ ifadesinin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

29

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{5}$$

denklemler sisteminin çözüm kümesini bulalım.

$$\mathcal{C} = \left\{ \left(-\frac{5}{3}, \frac{15}{7} \right) \right\}$$

$$xy - 2x = 3y + 5$$

olduğuna göre, y'nin x cinsinden değerini bulunuz.

$$y = \frac{2x+5}{x-3}$$

$$x - 8 \leq 4 - 2x < x + 13$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulalım.

$(-3, 4]$

$$-4 < x < 3 \text{ ve } -5 < y < 6$$

olduğuna göre, $5x - 3y$ ifadesinin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

29

$$1. \quad mx + ny + 6 = 0$$

$$nx - my - 3 = 0$$

denklemler sisteminin sağlayan (x, y) sıralı ikilisi (2, 1) olduğuna göre, m kaçtır?

A) -5 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

$$2. \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 2$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1$$

denklemler sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

$$A) \left\{ \left(\frac{4}{3}, -\frac{1}{4} \right) \right\}$$

$$B) \left\{ \left(\frac{4}{3}, -4 \right) \right\}$$

$$C) \left\{ \left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{4} \right) \right\}$$

$$D) \left\{ \left(\frac{3}{4}, -4 \right) \right\}$$

$$E) \left\{ \left(-4, \frac{3}{4} \right) \right\}$$

$$3. \quad a + b = 5$$

$$b + c = 7$$

$$a + c = 10$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının değeri kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

$$4. \quad 5a + 3b + 7c = 13$$

$$3a + b + 5c = 1$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$$-5 < x \leq 4$$

$$y = 3x + 1$$

olduğuna göre, y hangi aralıkta değerler alabilir?

$(-14, 13]$

$$a < a^2 < a^3 \text{ olmak üzere,}$$

$$5a + 3$$

ifadesinin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

9

$$a^3 < a < a^2 \text{ olmak üzere,}$$

$$5a + b = 7$$

eşitliğini sağlayan en küçük b doğal sayısı kaçtır?

13

x, y, z reel sayılar ve

$$-5 < x < 2$$

$$2 < y < 4$$

$$-4 < z < 3$$

olduğuna göre, $x^2 + y^2 + z^3$ toplamı hangi aralıkta değerler alır?

$(-60, 68)$

$$y = x^2 + 10 \text{ ve } -5 < x < 2$$

olduğuna göre, y 'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri ile en küçük tam sayı değerinin toplamı kaçtır?

44

$$-1 < x \leq 2 \text{ ve } -2 \leq y \leq 3$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımının değer aralığını bulalım.

$[-4, 6]$

$$2 < x \leq 6 \text{ ve } 12 \leq y < 24$$

olduğuna göre, $\frac{y}{x}$ ifadesinin en geniş değer aralığını bulalım.

$[2, 12)$

15. x gerçel sayısı için,

$$\frac{1}{5} < x < \frac{3}{2}$$

olduğuna göre, $\frac{3x+1}{x}$ ifadesinin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

16. x gerçel sayısı için,

$$-2 < x < 3$$

olduğuna göre, $x^2 - 2x + 3$ ifadesinin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

$$|\sqrt{3} - 1| + |\sqrt{3} - 2|$$

işleminin sonucunu bulalım.

1

$x < 0 < y < z$ olduğuna göre,

$$|x - z| - |y - z| + |y - x| - |2x|$$

ifadesinin eşitini bulalım.

2y

$1 < x < 5$ olmak üzere,

$$|x - 1| - |x - 5|$$

ifadesinin en sade şeklini yazınız.

2x-6

$x < 0$ olmak üzere,

$$|x - |x - 4|| - 4$$

ifadesinin en sade şeklini bulunuz.

-2x

$x < y < 0$ olmak üzere,

$$|y - x| - |x - y| + \sqrt{x^2}$$

ifadesinin eşitini bulalım.

-x

$x < 0$ olmak üzere,

$$\frac{|x - |5x||}{|3x| + 5x}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

-3

$x < y < 0 < z$ olmak üzere,

$$\sqrt{x^2} + \sqrt[3]{y^3} + \sqrt{(y - z)^2}$$

ifadesinin en sade şeklini yazınız.

z-x

$-2 < x < 5$ olmak üzere,

$$\sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 10x + 25}$$

ifadesinin en sade şeklini yazınız.

7

$$|a + 1| + |b - 2| = 0$$

olduğuna göre, a-b çarpımı kaçtır?

-2

x reel sayı olmak üzere, aşağıda verilen toplamaların en küçük değerlerini bulalım.

$$\text{a) } |x - 8| + |x - 2| \quad \text{b) } |2x - 3| + |x + 2|$$

a) 6 b) 7/2

$$|2a - 5| = 2a - 5$$

$$|-b - 3| = 3 + b$$

olduğuna göre, $2a + 7b$ ifadesinin alabileceği kaç farklı negatif tam sayı değeri vardır?

16

$$|x^2 - x - 2| - |2 - x| = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

{-2, 0, 2}

KONU TESTİ

1. $A = \left| \frac{1}{5} - \frac{1}{2} \right|$

$$B = \frac{|-1| + |7 - 4|}{-|1 - 2|}$$

olduğuna göre, A · B çarpımı kaçtır?

A) $-\frac{14}{5}$ B) $-\frac{6}{5}$ C) -2 D) -1 E) 0

2. $a = b + 2$

$$b = c - 5$$

olduğuna göre, $\frac{|a - b| - |b - c|}{|a - c|}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

3. $a < b < 0$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- A) $|a - b| = -a + b$ B) $|a + b| = -a - b$
C) $|a - 2| = 2 - a$ D) $|a \cdot b| = ab$
E) $|3 - b| = b - 3$

4. $x < 0 < y$ olmak üzere,
- $$|x - y| - |x - 1| - |y + 1|$$
- ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) -2 B) $-2y$ C) $x - y$
D) $x - 2$ E) $y - 2$

5. $a < 0 < b < c$ olmak üzere,
- $$|a - c| - |b + c| + |b - a|$$
- ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $2a$ B) 0 C) $b + c$ D) $c - a$ E) $-2a$

6. $x < 0$ olmak üzere,
- $$|x - |x - 4|| - 4$$
- ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $-2x$ B) $-2x - 1$ C) $-2x + 1$
D) $2x$ E) $2x + 3$

7. $-3 < x < 1$ olmak üzere,
- $$|x + 3| - |x - 1| - 2$$
- ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 2 B) $x + 2$ C) x
D) $2x$ E) $-2x$

8. $a \neq b$ olmak üzere,
- $$\frac{6 \cdot |a - b|}{|3b - 3a|}$$
- ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$|2x - 1| = 5$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

$$\{-2, 3\}$$

$$|3x + 5| + 7 = 2$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

$$\{\}$$

$$||x + 2| - 3| = 5$$

denkleminin kökler toplamını bulalım.

$$-4$$

$$|-3x| + |x| = 5$$

denklemini sağlayan x değerlerini bulunuz.

$$0$$

$$|x - 2| \cdot |x + 5| = |x - 2|$$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

$$-8$$

$$|x + 2| = 2x - 5$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\{7\}$$

$$|2x - 8| + |x + 6| = 14$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\{0, 6\}$$

Mutlak Değerli Eşitsizliklerin Çözüm Kümesinin Bulunması

1) $a > 0$ için, $|x| < a \Rightarrow -a < x < a$ 'dır.

2) $a > 0$ için, $|x| > a \Rightarrow x > a$ veya $x < -a$ 'dır.

$$|2x + 7| \geq 9$$

eşitsizliğini sağlayan en küçük pozitif tam sayı ile en büyük negatif tam sayının toplamını bulalım.

-7

$$|x - 2| > 3$$

eşitsizliğini sağlamayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

14

$$1 < |x - 2| \leq 4$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

$[-2, 1) \cup (3, 6]$

$$\left| \frac{5}{x-2} \right| > \frac{10}{23}$$

eşitsizliğini sağlayan x doğal sayıları kaç tanedir?

13

KONU TESTİ

1. Sayı doğrusu üzerinde işaretlenen birbirinden farklı a, b, c gerçek sayıları için aşağıdaki bilgiler verilmektedir.
- En küçük sayı a , en büyük sayı ise c 'dir.
 - c sayısının diğer iki sayıya olan uzaklıklarının toplamı 20'dir.
 - b sayısının diğer iki sayıya olan uzaklıkları toplamı 14'tür.

Buna göre, $b - a$ farkı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 13

2. $|x - 2| - 1 = 5$

denklemini sağlayan x tam sayılarının çarpımı kaçtır?

A) -20 B) -25 C) -28 D) -30 E) -32

3. $|x + 1| = |2x - 1|$

denklemini sağlayan x reel sayılarının toplamı kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

4. $2a + |a| = 9$

denklemini sağlayan kaç farklı a reel sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $|2x - 1| + |3 - 6x| = 8$
denklemini sağlayan x reel sayılarının toplamı kaç-
tır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. Sayı doğrusunda $1 - 5x$ sayısının başlangıç noktası-
na olan uzaklığı 2 birimdir.
Buna göre, x 'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?
A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

7. $|x^2 - 4| = |x + 2|$
denkleminin kaç farklı reel kökü vardır?
A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

8. $|x - 2| \cdot |x + 2| = 12$
denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesi aşağı-
dakilerden hangisidir?
A) {4} B) {2, 4} C) {-4, 4}
D) {1, 2, 4} E) R

9. $|a - 2| \cdot |a + 3| = a - 2$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangi-
sidir?
A) {-4, -2} B) {-4, -2, 2} C) {-2, 2}
D) {3} E) {2}

10. $|x| + |x - 2| = 3$
denklemini sağlayan x reel sayılarının toplamı kaç-
tır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

11. $|x - 2| + |x + 3| = 5$
denklemini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?
A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 2

12. $|x - 2| + |x + 1| = 3 - x$
denkleminin reel köklerinin toplamı kaçtır?
A) -2 B) -1 C) $-\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

13. $\frac{|x+3| + |3x+9|}{|2x+6| - 6} = 3$

eşitliğini sağlayan x reel sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) 0 D) 3 E) 6

14. $\left| \frac{|-x| + 3}{x} \right| = 5$

eşitliğini sağlayan x reel sayılarının çarpımı kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{9}{4}$ C) -2 D) -1 E) $-\frac{9}{16}$

Aşağıdaki ifadelerin eşitlerini bulalım.

- a) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right)^3$ b) $((5^3)^2)^4$
c) $(-3^2)^3$ d) $(-3^2)^4$

- a) 8 b) 5^{24} c) -3^6 d) 3^8

$$3^{a-1} = 2$$

olduğuna göre, 9^{a-1} ifadesinin değeri kaçtır?

4

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulalım.

- a) 3^{-1} b) 2^{-3} c) $(-2)^{-1}$
d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ f) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$
g) $\frac{1}{2^{-5}}$ h) $-\frac{2}{3^{-1}}$ i) x^{-2}

- a) 1/3 b) 1/8 c) -1/2 d) 3/2 e) 4 f) -27/8
g) 32 h) -6 i) $1/x^2$

$$(3^{-1} + 3^0)^{-1} \cdot 2^2$$

işleminin sonucu kaçtır?

3

Aşağıdaki ifadelerin eşitlerini bulalım.

- a) $2 \cdot 3^t - 6 \cdot 3^t + 5 \cdot 3^t$ b) $8x^3 - x^2 - 4x^3 + 2x^2$
c) $4(a^2)^3 - (a^3)^2 + 5a^4$ d) $7 \cdot 5^4 - 5^4$
e) $5 \cdot 2^x + 6 \cdot 2^x - 11 \cdot 2^x$

- a) 3^t b) $4x^3 + 3x^2$ c) $3a^6 + 5a^4$ d) $6 \cdot 5^4$ e) 0

Üslü İfadelerde Çarpma İşlemi

- Tabanları aynı olan üslü ifadeler çarpıldığında ortak taban alınır, üsler toplanır.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Örneğin, $2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$ dir.

$$8 \cdot 2^4 \cdot 32 \cdot 2^{-3} = 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5 \cdot 2^{-3} = 2^9 \text{ dur.}$$

- Üsleri aynı olan üslü ifadeler çarpıldığında tabanlar çarpılır ortak üs alınır.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Üslü İfadelerde Bölme İşlemi

Bölme işleminde tabanlar aynı ise ortak taban alınır, payın üssünden paydanın üssü çıkartılır.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Örneğin;

$$\frac{3^{20}}{3^{15}} = 3^{20-15} = 3^5 \text{ tir.}$$

$$\frac{2^{10}}{2^{12}} = 2^{10-12} = 2^{-2} \text{ dir.}$$

$2^x = a$ olduğuna göre, 4^{x+1} ifadesinin a türünden eşitini bulunuz.

$$4a^2$$

$$(-x)^5 \cdot (-x^2) \cdot (-x)^{-4}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-x^2$ B) $-x$ C) x D) x^3 E) x^4

$$x^3$$

$$\begin{aligned} 2^a &= x \\ 3^{-a} &= y \end{aligned}$$

olduğuna göre, 24^a ifadesinin x ve y cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^3}{y}$ B) x^3y C) xy^3 D) $\frac{y^3}{x}$ E) $\frac{x^2}{y}$

A

$$2^{x+2} = a \text{ ve } 5^{x+1} = b$$

olduğuna göre, 10^x ifadesinin a ve b türünden değerini bulunuz.

$$ab/20$$

$$(32)^3 \cdot 5^{12}$$

sayısı kaç basamaklıdır?

$$13$$

$$\frac{5^a + 5^a}{5^b + 5^b + 5^b} = \frac{250}{3}$$

olduğuna göre, 2^{a-b} değeri kaçtır?

$$8$$

$$12^a = 2$$

$$6^b = 3$$

olduğuna göre, $12^{(1-a)2b}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 9 D) 8 E) 4

(YGS 2011)

C

$$6^x = 12 \cdot 15^x$$

olduğuna göre, $2^{x-2} \cdot 5^{1-x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$15$$

$$\frac{6}{1+2^x} + \frac{6}{1+2^{-x}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$6$$

$$\frac{4^6 + 4^8 - 4^{10}}{2^{10} + 2^{14} - 2^{18}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$4$$

$$64^{\frac{2}{3}} - 32^{\frac{3}{5}} - 27^{\frac{1}{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$5$$

$$2^{x+2} + 2^{x-1} + 2^x = 88$$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

$$4$$

5. $(10)^x = 3$

olduğuna göre, $5^{x-1} \cdot 2^{x+1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) 1 E) $\frac{6}{5}$

6. $3^x = 2$

olduğuna göre, $27^x + 3^{x+2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 26 B) 24 C) 20 D) 18 E) 16

a) $2^x = 16$ ise $(x + 3)^2$ kaçtır?

b) $8^{1+3x} = 16^{x-2}$ ise x kaçtır?

a) 49 b) -11/5

$$4^x \cdot 6^x \cdot 9^x = 36$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{4}{9}$

(LYS 2013)

$$10^6 \cdot 100^x = 1000^8 \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

9

$$\left(\frac{0,024}{0,006} \right)^{a+3} = 8^{7-a}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

3

$$3^x \cdot 12^{2-x} = 18$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

(YGS 2016)

3/2

Aşağıdaki eşitlikleri sağlayan x değerlerini bulunuz.

a) $(2 - 3x)^7 = (8 - x)^7$ b) $(x + 3)^4 = (2x - 9)^4$

a) -3 b) 2 veya 12

$$(x - 3)^{x-6} = 1$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

12

$$2^a = 9 \text{ ve } 3^b = 8$$

olduğuna göre, a-b çarpımı kaçtır?

6

$$x^{a-2} = 25$$

$$x^{2a+1} = 125$$

olduğuna göre, a kaçtır?

-8

x ve y birer tam sayıdır.

$$3^{x-3} = 4^{5y-40}$$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

11

x ve y sıfırdan farklı birer reel sayıdır.

$$2^x = 3^y$$

olduğuna göre, $2^{\frac{x}{y}} + 3^{\frac{y+x}{x}}$ işleminin sonucu kaçtır?

9

$$(3x + 24)^2 + (6y - 9)^2 = 0$$

olduğuna göre, x-y çarpımı kaçtır?

-12

Üslü Eşitsizlikler

- Tabanı 0 ile 1 arasında olan üslü sayıların üsleri büyüdükçe değeri küçülür.

Örneğin, $\left(\frac{1}{2}\right)^3 < \left(\frac{1}{2}\right)^2 < \frac{1}{2}$ olur.

- Tabanı 1'den büyük olan sayıların üssü büyüdükçe değeri de büyür.

Örneğin, $2 < 2^2 < 2^3$ olur.

$$(0,25)^{2x-1} > \left(\frac{1}{4}\right)^{3x+5}$$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?

-5

$$a = (2^5)^6$$

$$b = 4^{(3^3)}$$

$$c = 8^{15}$$

sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

$$a < c < b$$

$$a = 2^{60}, \quad b = 3^{48} \quad \text{ve} \quad c = 5^{24}$$

sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$$c < a < b$$

7. $x^{x-1} + x^{x-1} + x^{x-1} = 192$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

8. $3^x = 125$

$$5^{2y} = 81$$

olduğuna göre, $2^{x \cdot y - 1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 16 E) 32

Köklü İfadeler

a bir reel sayı ve n, 1'den büyük bir doğal sayı olmak üzere; $x^n = a$ eşitliğini sağlayan x sayısına a'nın n. dereceden kökü denir ve $x = \sqrt[n]{a}$ biçiminde gösterilir.

$$x^n = a \quad \text{ise} \quad x = \sqrt[n]{a} \quad \text{ifadesinde}$$

- n = 2 için $\sqrt{a}$ şeklinde yazılır ve karekök a şeklinde okunur.

- n = 3 için, $\sqrt[3]{a}$ yazılır ve küp kök a şeklinde okunur.

Örneğin, $2^3 = 8$ olduğundan, $\sqrt[3]{8} = 2$;

$$5^2 = 25 \quad \text{olduğundan,} \quad \sqrt{25} = 5 \text{ tir.}$$

Kök derecesi 2 olduğunda derece yazılmaz. $\sqrt[2]{x} = \sqrt{x}$ tir.

Köklü İfadenin Tanım Aralığı

Köklü ifadeler her zaman bir gerçek sayıya eşit olma-yabilir.

$\sqrt[n]{a}$ köklü ifadesinin gerçek sayı belirtebilmesi için;

n çift ise $a \geq 0$ olmalıdır. n çift sayı ve $a < 0$ ise $\sqrt[n]{a}$ ifadesi gerçek sayı belirtmez.

Örneğin,

- $\sqrt{5} \rightarrow$ gerçek sayıdır.
- $\sqrt[4]{(-3)^2} \rightarrow$ gerçek sayıdır.
- $\sqrt{-5} \rightarrow$ gerçek sayı değildir.

n tek ise $\sqrt[n]{a}$ ifadesi daima bir gerçek sayı belirtir. Yani n tek iken a negatif de olsa pozitif de olsa $\sqrt[n]{a}$ ifadesi bir gerçek sayıdır.

Örneğin, $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[3]{-2}$, $\sqrt[5]{-1}$, $\sqrt[7]{-10}$ ifadeleri birer gerçek sayıdır.

Örnek 1

$$A = \sqrt[6]{x-4} + \sqrt{8-2x} + x^2$$

ifadesi bir gerçek sayı olduğuna göre, A kaçtır?

Çözüm:

$\sqrt[6]{x-4}$ ve $\sqrt{8-2x}$ ifadelerinde kök dereceleri çift olduğundan

$x-4 \geq 0$ ve $8-2x \geq 0$ olmalıdır.

$$\bullet \quad x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4 \quad \text{ve}$$

$$\bullet \quad 8-2x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \quad \text{olur. Buradan } x = 4 \text{ olmalıdır.}$$

O halde, $x = 4$ için $A = \sqrt[6]{4-4} + \sqrt{8-2 \cdot 4} + 4^2 = 16$ bulunur.

Örnek 2

$$\frac{\sqrt[3]{2x-1} + \sqrt[4]{x-5}}{1-\sqrt{9-x}}$$

İfadesi bir gerçekte sayı olduğuna göre, x'in alabileceği tam sayı değerlerin toplamı kaçtır?

Kök İçindeki Bir İfadeyi Kök Dışına Çıkarma

1.

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & n \text{ tek ise} \\ |a|, & n \text{ çift ise} \end{cases}$$

Örneğin,

- $\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$ 'tir.
- $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$ 'tir.

Örnek 5

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulalım.

- a. $\sqrt[3]{2^3}$ b. $\sqrt{5^2}$
c. $\sqrt[5]{(-3)^5}$ d. $\sqrt{(-3)^2}$

Çözüm:

- a. Kök derecesi tek sayı olduğundan $\sqrt[3]{2^3} = 2$ olur.
b. Kök derecesi çift sayı olduğundan $\sqrt{5^2} = |5| = 5$ olur.
c. $\sqrt[5]{(-3)^5} = -3$ (Kök derecesi tek sayıdır.)
d. $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$ (Kök derecesi çift sayıdır.)

Örnek 6

$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$$

İfadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1 \text{ olur.}$$

($1 < \sqrt{2}$ olduğu için $|1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1$ 'dir.)

Örnek 19

$$\sqrt{\frac{27}{4}} + \sqrt{12} - \sqrt{\frac{75}{4}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

Örnek 7

$$\sqrt{(-4)^2} - \sqrt[3]{(-5)^3} + \sqrt{16}$$

İşleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} & \sqrt{(-4)^2} - \sqrt[3]{(-5)^3} + \sqrt{16} \\ &= \sqrt{(-4)^2} - \sqrt[3]{(-5)^3} + \sqrt{4^2} \\ &= |-4| - (-5) + |4| \\ &= 4 + 5 + 4 \\ &= 13 \end{aligned}$$

Örnek 10

$$\sqrt{3} = a$$

olduğuna göre, $\sqrt{108}$ ifadesinin a türünden değerini bulalım.

Çözüm:

Önce $\sqrt{108}$ ifadesinde kök dışına çıkabilecek sayıları kök dışına çıkaralım. 108'i asal çarpanlarına ayırırsak $108 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3$ olur.
Buna göre, $\sqrt{108} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3}$
 $= 2 \cdot 3 \sqrt{3}$
 $= 6\sqrt{3} = 6a$ bulunur.

Örnek 15

$$x = \sqrt[3]{4}$$

$$y = \sqrt[4]{8}$$

$$z = \sqrt[5]{16}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $y < x < z$
D) $z < x < y$ E) $z < y < x$ (YGS 2011)

Örnek 17

$$\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 3\sqrt{5}$$

İşleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} &= \sqrt{2^2 \cdot 5} + 2\sqrt{3^2 \cdot 5} - 3\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5} + 2 \cdot 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} \\ &= (2 + 6 - 3)\sqrt{5} = 5\sqrt{5} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek 22

$${}^3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot {}^4\sqrt{8}$$

İşleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

Kök dereceleri eşit olmadığından öncelikle kök derecelerini eşitleyelim. Kök dereceleri 3, 2 ve 4 olduğundan 12 de eşitlenir.

$${}^3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot {}^4\sqrt{8} = {}^{3 \cdot 4}\sqrt{2^4} \cdot {}^{2 \cdot 6}\sqrt{2^6} \cdot {}^{4 \cdot 3}\sqrt{8^3}$$

$$= {}^{12}\sqrt{2^4} \cdot {}^{12}\sqrt{2^6} \cdot {}^{12}\sqrt{8^3}$$

$$= {}^{12}\sqrt{2^4 \cdot 2^6 \cdot 8^3} = {}^{12}\sqrt{2^4 \cdot 2^6 \cdot 2^9} = {}^{12}\sqrt{2^{19}}$$

$${}^{12}\sqrt{2^{19}} = {}^{12}\sqrt{2^{12} \cdot 2^7} = 2 \cdot {}^{12}\sqrt{2^7} = 2 \cdot {}^{12}\sqrt{128}$$

bulunur.

Köklü İfadelerde Bölme İşlemi

1. Kök dereceleri eşit sayılar bölünürken, aynı kök içinde yazılır ve ifadeler bölünür.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Örnek 1

$$\frac{\sqrt{40} \cdot \sqrt{18}}{\sqrt{80}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) $4\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{5}$
(ÖSS 1997)

2. Kök dereceleri eşit değilse önce kök dereceleri eşitlenir daha sonra bölme işlemi yapılır.

Örnek 2

$$\frac{\sqrt{2}}{{}^3\sqrt{2}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

Kök derecelerini 6'da eşitleyelim.

$$\frac{{}^{3 \cdot 2}\sqrt{2^3}}{{}^{2 \cdot 3}\sqrt{2^2}} = \frac{{}^6\sqrt{2^3}}{{}^6\sqrt{2^2}} = {}^6\sqrt{\frac{2^3}{2^2}} = {}^6\sqrt{2}$$

bulunur.

Paydası köklü sayılardan oluşan kesirlerin paydasını rasyonel yapmak için, pay ile payda, paydanın eşleniğiyle çarpılır. Yani eşlenik, paydayı kökten kurtaran sayıdır.

Örneğin; $\sqrt{2}$ 'nin eşleniği $\sqrt{2}$ 'dir.

$\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 'nin eşleniği $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ 'dir.

Örnek 3

Aşağıdaki ifadelerin eşitlerini bulalım.

a. $\frac{8}{\sqrt{2}}$ b. $\frac{15}{2\sqrt{5}}$ c. $\frac{12}{\sqrt[3]{9}}$ d. $\frac{8}{\sqrt{5}+1}$ e. $\frac{10}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$

Çözüm:

a. $\frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

b. $\frac{15}{2\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{10} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

c. $\frac{12}{\sqrt[3]{9}} = \frac{12 \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{12 \cdot \sqrt[3]{3}}{3} = 4\sqrt[3]{3}$

d. $\frac{8}{\sqrt{5}+1} = \frac{8(\sqrt{5}-1)}{5-1} = 2(\sqrt{5}-1)$

e. $\frac{10}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} = \frac{10(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{7-2} = 2(\sqrt{7}+\sqrt{2})$

Örnek 4

$$\frac{6}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}+1}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}-1$
D) $\sqrt{3}+1$ E) $2\sqrt{3}-1$
(YGS 2010)

Çözüm:

$$\frac{6}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{6\sqrt{3}}{3} - \frac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1} = 2\sqrt{3} - (\sqrt{3}-1) = \sqrt{3}+1$$

Cevap D

Örnek 5

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{27} + \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{6}$
(YGS 2016)